4. Антонов Н. Ю. *О сходимости почти всюду по кубам кратных тригонометрических рядов Фурье* // Известия РАН. Серия матем. – 2004. – Т. 68. – № 2. – С. 3-22.

5. Fefferman C. *On the divergence of multiple Fourier series* // Bull. Amer. Math. Soc. – 1971. – V. 77. – № 2. – P. 191–195.

6. Бахбух М., Никишин Е. М. *О сходимости двойных рядов Фурье от непрерывных функций* // Сиб. матем. журн. – 1973. – Т. 14. – № 6. – С. 1189–1199.

7. Бахвалов А. Н. *О расходимости всюду рядов Фурье непрерывных функций многих переменных* // Матем. сборник. – 1997. – Т. 188. – № 8. – С. 45–62.

8. Бахвалов А. Н. *О λ-расходимости всюду ряда Фурье непрерывной функции многих переменных* // Матем. заметки. – 2002. – Т. 72. – № 4. – С. 490–501.

ON Λ-CONVERGENCE ALMOST EVERYWHERE OF DOUBLE FOURIER SERIES

N.Yu. Antonov

We consider one type of convergence of double trigonometric Fourier series intermediate between convergence over squares and λ-convergence for $\lambda > 1$. The well-known result on the convergence almost everywhere over squares of the Fourier series of functions from the class $L(\ln^+ L)^2 \ln^+ \ln^+ \ln^+ L([0,2\pi)^2)$ is extended to the case of Λ-convergence for some sequences Λ.

Keywords: double trigonometric Fourier series, convergence almost everywhere.

УДК 514.822

ПРИМЕРЫ ОТОБРАЖЕНИЙ С S-УСРЕДНЕННОЙ ХАРАКТЕРИСТИКОЙ

У.К. Асанбеков[1], А.Н. Малютина[2]

1 *urmat_1396@mail.ru*; Томский государственный университет, Механико-математический факультет

2 *nmd@math.tsu.ru*; Томский государственный университет, Механико-математический факультет

В настоящей работе приводятся примеры, показывающие, что в отличие от отображений с ограниченным искажением [1] для отображений с s-усредненной характеристикой [2], у которых конечны интегралы $\int_D K_I^s(x,f)|J(x,f)|dx$ и $\int_D K_O^{s'}(x,f)dx$, ограниченность кратности и степени на компактах из D вообще говоря, не имеет места.

Ключевые слова: ограниченность, усреднение, компактность.

В настоящей работе приводятся примеры, показывающие, что в отличие от отображений с ограниченным искажением [1] для отображений с s-усредненной характеристикой [2], у которых конечны интегралы $\int_D K_I^s(x,f)|J(x,f)|dx$ и $\int_D K_O^{s'}(x,f)dx$, ограниченность кратности и степени на компактах из D вообще говоря, не имеет места. Рассмотрим отображение с s-усредненной характеристикой [2]. Приведем следующие два примера.

Пример 1. Закручивание вокруг оси тора. В пространстве R^3 рассмотрим тор D, точки которого $x = (x_1, x_2, x_3)$ описываются при помощи криволинейных координат: $x_1 = (R + r\cos\theta)\cos\phi$, $x_2 = (R + r\cos\theta)\sin\phi$, $x_3 = r\sin\theta$, где $0 \le \phi < 2\pi$, $0 \le \theta < 2\pi$, $0 < r < R$, и R – некоторое положительное число. Пусть $\rho(x) = \sqrt{x_1^2 + x_2^2}$. Обозначим через D^1 окружность $\{x : \rho(x) = R, x_3 = 0\}$. В области D зададим отображение

$f:(r,\phi,\theta)\mapsto(r,\phi,r^p\theta)$, $r\neq 0$, где p – некоторое произвольное отрицательное число, и положим $f(x)=x$, если $x\in D^1$. Отображение f, очевидно, непрерывно и ограничено в D. При этом, оно локально гомеоморфно в точках $x\in D$, $r\neq 0$. Все точки множества D^1 отображение f переводит в себя, и каждая окружность с центром на D^1, лежащая в двумерной плоскости, ортогональной D^1, при отображении f также переходит в себя.

Отсюда легко увидеть, что отображение f открыто и непрерывно дифференцируемо в точках $x\in D\setminus D^1$ и $J(x,f)=r^p>0$. Поскольку 2-мерная мера Лебега множества D^1 равна нулю и сужение f на любую прямую, не проходящую через D^1, непрерывно дифференцируемо, то f есть ACL-отображение. Если точка x обходит описанную выше окружность один раз в каком либо направлении, то точка $f(x)$ обойдет ту же окружность в том же направлении $r^p>1$ раз. Теперь возьмем компакт $F\subset D$, содержащий внутри себя некоторые точки из D^1. Если $y=(y_1,y_2,y_3)=f(x)$, то $y_1=(R+r\cos r^p\theta)\cos\phi$, $y_2=(R+r\cos r^p\theta)\sin\phi, y_3=r\sin r^p\theta$. Следовательно, на окружности $(\rho(y)-R)^2+y_3=r^2$ имеется не менее m прообразов множества F. Для этого надо выбрать r так, чтобы шар радиуса r с центром на D^1 лежал во множестве F и целая часть $[r^p]$ числа r^p была бы не меньше m. Это и означает, что ограниченность на компактах кратности отображения f не имеет места. Так как $J(x,f)>0$ при $x\in D\setminus D^1$, то $N(y,f,G)=\mu(y,f,G)$ для всякой подобласти G, где $N(y,f,G)$ – кратность, а $\mu(y,f,G)$ – степень или топологический индекс отображения f относительно точки f и области G.

Следовательно, ограниченность на компактах степени для отображения f – отображения с s-усредненной характеристикой – не имеет места. Покажем далее, что сходятся интегралы, характеризующие отображение с s-усредненной характеристикой (см. [2]).

Пусть $\alpha>0$, $\beta>0$ – произвольные числа. Убедимся, что можно подобрать $p<0$ так, чтобы интегралы $\int_D K_I^\alpha(x,f)|J(x,f)|dx$, $\int_D K_O^\beta(x,f)dx$ были конечны. Если $x\in D^1$, то $K_O^\beta=K_I(x,f)=J(x,f)=1$.

Если же $x\in D\setminus D^1$, то $J(x,f)=r^p$, $K_O(x,f)<(3+4\pi^2p^2)^{\frac{3}{2}}r^2p$, и так как $K_I(x,f)\leq K_O^2(x,f)$, следовательно $\int_D K_I^\alpha(x,f)|J(x,f)|dx\leq c_2\int_0^1 r^{2\alpha p+p+1}dr<\infty$.

Если $0>p>-\frac{2}{2\alpha+1}$, $\int_D K_I^\beta(x+f)dx<c_3$, а также $\int_0^1 r^{4\beta p+1}dr<\infty$, если $0>p>-\frac{1}{2\beta}$. Таким образом, оба этих интеграла конечны одновременно, если $0>p>\max\{-\frac{1}{2\beta},-\frac{2}{2\alpha+1}\}$. Аналогично получается следующий

Пример 2. Закручивание вокруг точки. В пространстве R^3 рассмотрим область D, которая представляет собой шар $x_1^2+x_2^2+x_3^2\leq 1$ с центром в начале координат и радиуса 1. В области D зададим отображение $f:(r,\phi,\theta)\mapsto(r,\phi,r^p\theta)$, если $\theta\neq 0$, $r\neq 0$ и $f(x)=x$ при $x=0$.

Отметим, что в [3] приведены примеры и методы нахождения сферического модуля.

Литература

1. Решетняк Ю.Г. *Пространственные отображения с ограниченным искажением.* – Новосибирск: Наука, 1982. – 284 с.

2. Елизарова М.А., Малютина А.Н. *Отображения с s-усредненной характеристикой. Определение и свойства*. – LAMBERT Academic Publishing, 2013. – 121 с.

3. Малютина А.Н. Асанбеков У.К. *Нахождение сферического модуля некоторых семейств кривых* / Матер. межд. конф. Воронежская зимняя матем. школа С.Г. Крейна, 25-31 января 2016 г. // Сб. тр. конф. Воронеж: Научная книга, 2016. – 464 с.

EXAMPLES OF MAPPINGS WITH S-AVERAGED CHARACTERISTIC

U.K. Asanbekov, A.N. Malyutina

In the present paper we give examples showing that, in contrast to mappings with bounded distortion, for mappings with s-averaged characteristic, for which the integrals are bounded, the boundedness of the multiplicity and the degree on compact sets in D, in general, does not hold.

Keywords: boundedness, homogenization, compactness.

УДК 517.982.22+517.982.27

О СИММЕТРИЧНЫХ ПРОСТРАНСТВАХ СО СВОЙСТВОМ КАТО

С.В. Асташкин[1]

1 *astash56@mail.ru*; Самарский национальный исследовательский университет им. С.П. Королева

Говорят, что банахово пространство X имеет свойство Като, если каждый линейный строго сингулярный оператор, действующий в X, компактен. Уточняя некоторые недавние результаты, мы доказываем, что этим свойством обладает широкий класс 2-дизъюнктно однородных симметричных пространств.

Ключевые слова: симметричное пространство, компактный оператор, строго сингулярный оператор, 2-дизъюнктно однородная банахова решетка.

Напомним, что линейный оператор, ограниченный из одного банахова пространства в другое, называется *строго сингулярным*, если никакое сужение его на бесконечномерное подпространство не является изоморфизмом. Это понятие было введено Т. Като в связи с решением некоторых проблем теории возмущений фредгольмовых операторов [1].

Как легко видеть, множество всех строго сингулярных операторов образует замкнутый операторный идеал, который содержит идеал компактных операторов. В то же время, согласно классической теореме Ж. Калкина [2] последний является единственным нетривиальным замкнутым идеалом операторов, ограниченных в гильбертовом пространстве. Поэтому в этом случае идеалы строго сингулярных и компактных операторов совпадают [1]. Аналогичный результат верен также для пространств l_p, $1 \le p < \infty$, и c_0 [3], и, как совсем недавно было доказано в работе [4], для некоторого класса 2-дизъюнктно однородных симметричных пространств.

Будем говорить, что банахово пространство X *имеет свойство Като*, если каждый линейный строго сингулярный оператор, действующий в X, компактен в этом пространстве. Напомним также, что банахова решетка X называется *2-дизъюнктно однородной*, если всякая последовательность попарно дизъюнктных нормированных элементов в X содержит подпоследовательность, эквивалентную каноническому базису в l_2.